Formelsammlung Wirtschaftsmathematik

Strobel Stefan

29. Januar 2006

Inhaltsverzeichnis

Teil I.
Mathematik

1. Umrechnung von Dezimalzahlen in Brüche

$6{,}955555.... = 6\,\frac{43}{45}$

$6 + \frac{9}{10} + \frac{5}{90}$

123,**584***1234*12341234

584 = ürsprünglicher Teil, daraus ergeben sich die Nullen im Bruch
1234 = periodischer Teil

$123 + \frac{584}{1000} + \frac{1234}{9999000}$

2. Differentiationsregeln

Minimum (= konvex)
Maximum (= konkav)

2.1. Summenregel

y = (f + g)‘(x) = f‘(x) + g‘(x)

2.2. Produktregel

y 0 f(x)g(x) $\Longrightarrow$ y‘ = f‘(x)g(x) + f(x)g‘(x)

2.3. Quotientenregel

y = $\frac{f(x)}{g(x)‘}$ (g(x) $\neq$ 0) $\Longrightarrow$ y‘ = $\frac{f‘(x)g(x) \;-\; f(x)g‘(x)}{(g(x))^2}$

2.4. Kettenregel

y = f(g(x)) = f(z), z = g(x)
$\Longrightarrow$

$$y' = \frac{df(g(x))}{dx} = \frac{df(z)}{dz}\,\frac{dg(x)}{dx} = \frac{dy}{dz}\,\frac{dz}{dy} = f'(g(x))g'(x)$$

3. Logarithmierte Funktion

$$y = \ln f(x) \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$y = f(x) \Rightarrow y' = f'(x) = \frac{d\ ln\ f(x)}{dx} * f(x) = y'(x) * f(x)$$

4. Wurzeln

- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

- $\sqrt[1]{a} = a^{\frac{1}{1}} = a$

- $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

- $\sqrt[m]{a} * \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{m}\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}} = a^{\frac{n+m}{n*m}} = \sqrt[n*m]{a^{n+m}}$

- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m]{a^{\frac{1}{n}}} = (a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{nm}} = \sqrt[nm]{a}$

- $\sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = \mathrm{a}^{\frac{1}{n}} * \mathrm{b}^{\frac{1}{n}} = (\mathrm{ab})^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{ab}$

5. Potenzen

- $\mathrm{a}^1 = \mathrm{a}$

- $\mathrm{a}^m * \mathrm{a}^n = \mathrm{a}^{m+n}$

- $\mathrm{a}^n * \mathrm{b}^n = (\mathrm{a} * \mathrm{b})^n$

- $(\mathrm{a}^m)^n = \mathrm{a}^{m*n} = (\mathrm{a}^n)^m$

- $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$

6. Newton-Formel

Bestimmung von Nullstellen (Näherungsverfahren)

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

1. es muss ein geeigneter Startwert gesucht werden:

x						
$\mathbf{f_x}$						

2. Vorzeichenwechsel zeigen, das zwischen den jeweiligen x-Werten eine Nullstelle liegen muss.

3. Nun wählt man einen Startwert x_1, der zwischen den jeweiligen x-Werten liegt.

4. $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$

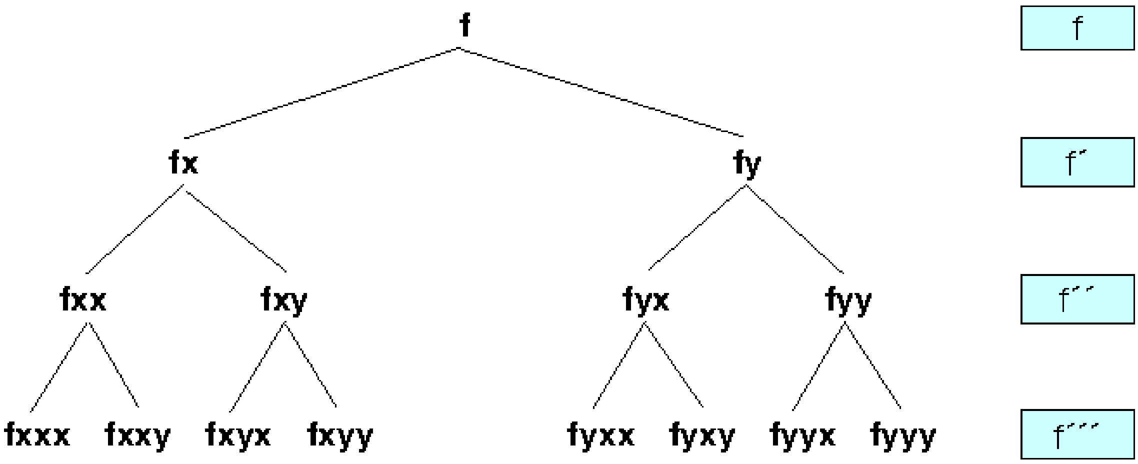

Abbildung 1: Lösungsbaum

5. $x_3 = x_2$ - $\frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$

6. $x_4 = x_3$ - $\frac{f(x_3)}{f'(x_3)}$

7. ...

7. Partielle Ableitungen höherer Ordnung

Wobei gilt:

- fxy = fyx
- fxxy = fyxx
- fxyy = fyyx

7.1. Extremwertbedingungen

1. f‘$_x(x_0, y_0) = 0$ **und** f‘$_y(x_0, y_0) = 0$

2. $f``_{xx}(x_0, y_0)\ f``_{yy}(x_0, y_0) > (f``_{xy}(x_0, y_0))^2$

3. $f``_{xx}(x_0, y_0) < 0$ es muss auch gelten $f``_{yy}(x_0, y_0) < 0$
$\Longrightarrow$ **Maximum**

4. $f``_{xx}(x_0, y_0) > 0$ es muss auch gelten $f``_{yy}(x_0, y_0) > 0$
$\Longrightarrow$ **Minimum**

7.2. Sattelpunkt

es gilt anstelle von Bedingung 2:

$f``_{xx}(x_0, y_0)\ f``_{yy}(x_0, y_0) < (f``_{xy}(x_0, y_0))^2$

so hat die Funktion bei (x_0, y_0) einen **Sattelpunkt** (= Wendepunkt)

7.3. Schemata

(x_i, y_i)	$f``_{xx}$	$f``_{yy}$	$f``_{xx} * f``_{yy}$	$< = >$	$f``(_{xy})^2$	$f``_{xy}$
=	=	=	=		=	=

8. Lagrange-Multiplikator

Funktion: $f(x_1, ..., x_n) = f(x) \longrightarrow max$ (oder $\longrightarrow min$)
Nebenbedingung: $g^i(x_1, ..., x_n) = g^i(x) = 0$

L(x_1, ..., x_n, ($\sphericalangle_1$, ..., $\sphericalangle m$) = **L(x,$\sphericalangle$)** =

= f(x_1, ..., x_n) + $\leftthreetimes_1 g^1$(x_1, ..., x_n) + ... + $\leftthreetimes_m g^m$(x_1, ..., xn)

= **f(x) +** $\leftthreetimes_1 g^1$**(x) + ... +** $\leftthreetimes_m g^m$**(x)**

9. Integrale

Integrale: Schwarze Band 2: S.117ff.
besondere Integrale Rechenregeln: Bartsch; Taschenbuch Mathematischer Formeln S.397

- Integrale rationaler Funktionen: S.397
- Integrale irrationaler Funktionen: S.400
- Integrale Trigometrischer Funktionen: S.404
- Unterschiedliche Winkel: S.406
- Integrale der Exponentialfunktion: S411
- Integrale der logarithmischen Funktion: S.412

$\int \ x^n \ dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ + c

Beispiel:

f(x) = $5x^5$

$\int \ 5x^5 \ dx = \frac{5x^{5+1}}{5+1}$ + c = $\frac{5}{6}x^6$ + c

f(x) = ln x F(x) = x(ln |x| -x) + C

f (x) = $\frac{1}{x}$ F(x) = ln x

Integrale: Schwarze Band 2: S.117ff.
besondere Integrale Rechenregeln: Bartsch; Taschenbuch Mathematischer Formeln S.397

- Integrale rationaler Funktionen: S.397
- Integrale irrationaler Funktionen: S.400
- Integrale Trigometrischer Funktionen: S.404
- Unterschiedliche Winkel: S.406
- Integrale der Exponentialfunktion: S411
- Integrale der logarithmischen Funktion: S.412

10. e-Funktionen

f (x) = a * e^{kx}

f'(x) = k * a * e^{kx}

F (x) = $\frac{a}{k}$ * e^{kx}

Bespiele Ableitung:

f(x)	f'(x)
f(x) = 3 * e^{2x}	f'(x) = 3 * 2e^{2x} 3 = a; 2=k
f (x) = 4x^2 * e^{2x^4}	f'(x) = 8x * e^{2x^4} + 4x^2 * 8x^3 * e^{2x^4} 8x * e^{2x^4} + 32x^5 * e^{2x^4} 8x * e^{2x^4} * (1+4x^4)

zuerst wird 4x^2 abgeleitet e-Funktion wird ohne Änderung übernommen

zweitens 4x^2 wird ohne Änderung übernommen, multipliziert mit der abgeleiteten Potenz der e-Funktion (8x^3) mulipliziert mit e-Funktion

Teil II.
Matrizen und Vektoren

11. Zeilen und Spalten

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ ... & ... & ... & ... & ... \end{pmatrix}$$

i = Spalte
j = Zeile

12. Transponierte Matrix

$$\text{A} = \ \text{a}_{ij} \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ ... & ... & ... \end{pmatrix} \qquad \text{A}‘= \ \text{a}_{ji} \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \\ ... & ... & ... \end{pmatrix}$$

13. Multiplikation von Matrizen („Falksches Schema“)

					$\mathbf{b}_{11}$ $\mathbf{b}_{21}$ $\vdots$ $\mathbf{b}_{i1}$	b_{12} b_{22} $\vdots$ b_{i2}	... ...	b_{1j} b_{2j} $\vdots$ b_{ij}
$\mathbf{a}_{11}$ a_{21} $\vdots$ a_{i1}	$\mathbf{a}_{12}$ a_{22} $\vdots$ a_{i2}	... ...	$\mathbf{a}_{1j}$ a_{2j} $\vdots$ a_{ij}		$\mathbf{c}_{11}$ c_{21} $\vdots$ c_{i1}	c_{12} c_{22} $\vdots$ c_{i2}	... ...	c_{1j} c_{2j} $\vdots$ c_{ij}

14. Leontiefmodell

Nachfrage = Technologiematrix * Produktion
y = (E-q) * q

Q	=	Produktionsmatrix
E	=	Einheitsmatrix
(E - Q)	=	Technologiematrix
(E -Q)$^{-1}$	=	Inverse der Technologiematrix
q	=	Produktion
y	=	Nachfrage

Beispiel:

Sektor	Produktion	Lieferung an den Sektor 1	2	3	Endverbrauch = Nachfrage
1	10	1	2	6	1
2	20	3	4	3	10
3	30	4	2	9	15

$$Q = \frac{Lieferung}{Produktion} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{20} & \frac{6}{30} \\ \frac{3}{10} & \frac{3}{20} & \frac{3}{30} \\ \frac{4}{10} & \frac{2}{20} & \frac{9}{30} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{1}{10} & \frac{1}{5} \\ \frac{3}{10} & \frac{1}{5} & \frac{1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{pmatrix}$$

E - Q = (E - Q)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{2}{20} & \frac{6}{30} \\ \frac{3}{10} & \frac{3}{20} & \frac{3}{30} \\ \frac{4}{10} & \frac{2}{20} & \frac{9}{30} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{5} \\ \frac{-3}{10} & \frac{4}{5} & \frac{-1}{10} \\ \frac{-2}{5} & \frac{-1}{10} & \frac{7}{10} \end{pmatrix}$$

Produktion gegeben, Endverbrauch gesucht.

(E - Q) * q = y

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{5} \\ \frac{-3}{10} & \frac{4}{5} & \frac{-1}{10} \\ \frac{-2}{5} & \frac{-1}{10} & \frac{7}{10} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nachfrage gegeben, Produktion gesucht

(E - Q)$^{-1}$ * y = q

$$\begin{pmatrix} \frac{11}{8} & \frac{9}{40} & \frac{17}{40} \\ \frac{5}{8} & \frac{11}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{7}{8} & \frac{13}{4} & \frac{69}{40} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 19 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix}$$

15. Lineare Optimierung (Schemata)

ZF = Zielfunktion (meist die Kosteneinschrankung bei der Produkiton)
$x_1 + x_2 \rightarrow$ max
x_1 = Vorgabe 1
x_2 = Vorgabe 2
x_3 = Vorgabe 3

	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2	Y_3	B	
ZF	-x	-y	-z	0	0	0	0	
y_1				1	0	0		
y_2				0	1	0		
y_3				0	0	1		

Achtung:

- Die Zielfunktion muss maximiert werden.
- Die Restriktionen müssen immer $\leq$ sein
- wenn das nicht der Fall ist, wird die entsprechende Ungleichung mit (-1) multipliziert, dadurch dreht sich das Ungleichheitszeichen um und die Vorzeichen ändern sich.

Beispiel

Angaben		**nach Umformung, geeignet zum weiterrechnen**
$x \geq 0$		$x \geq 0$
$5x_1 - 7x_2 + 14x_3 \geq -12$	*(-1)	$-5x_1 + 7x_2 - 14x_3 \leq -12$
$x_1 + x_2 + x_3 \leq -7$		$x_1 + x_2 + x_3 \leq -7$
$4x_1 - x_2 - x_3 \geq 0$	*(-1)	$-4x_1 + x_2 + x_3 \leq 0$
ZF $-x_1 - x_2 - 3x_3 \longrightarrow$ **min!**	*(-1)	ZF $x_1 + x_2 + 3x_3 \longrightarrow$ **max!**

Teil III.
Finanzmathematik

$\mathbf{q = 1 + i} \quad \mathbf{p = xx\%} \quad \mathbf{i} = \frac{p}{100}$

vorschüssige Einzahlung = Zahlung am Jahresanfang
nachschüssige Einzahlung = Zahlung am Jahresende

16. Einfache Verzinsung

16.1. vorschüssig

- $K_n = K_0 * (1 + n*i)$
- $K_0 = \frac{K_n}{1 + n * i}$
- $n = \frac{\frac{K_n}{K_0} - 1}{p}$
- $i = \frac{\frac{K_n}{K_0} - 1}{n}$

16.2. nachschüssig

- $K_0 = K_n * (1 - n*i)$
- $K_n = \frac{K_0}{1 - n * i}$

17. Einmalzahlung mit Zinseszins

- $K_n = K_0 * q^n$
- $K_0 = K_n * \frac{1}{q^n}$

- q = $\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}$

- n = $\frac{ln\ K_n\ -\ ln\ K_0}{ln\ q}$

18. Einmalzahlung bei einfacher Verzinsung (ohne Zinseszins)

- K_n = K_0 *q *n + K_0

- K_0 = $\frac{K_n}{2 * q * n}$

19. bei m-maliger unterjähriger Verzinsung

- K_n = K_0 * (1 + $\frac{p}{100\ *\ m}$)^{n*m}

- K_0 = $\frac{K_n}{(1\ +\ \frac{p}{100\ *\ m})^{n*m}}$

- p = $\sqrt[n*m]{\frac{K_n}{K_0}}$ - 1

- n = $\frac{ln\ K_n\ -\ ln\ K_0}{m\ *\ ln(1\ +\ \frac{p}{100\ * m)}}$

20. Jährlicher Einzahlung E

20.1. bei vorschüssiger Einzahlung

- K_n = E * q * $\frac{q^n\ -\ 1}{q\ -\ 1}$ =

  E*q^1 + E*q^2 + E*q^3 + ... + E*q^n = E*(q^1 + q^2 + q^3 + ... + q^n) =

  E * q * Rentenendwertfaktor(n;i)

- E = $\frac{K_n \ * \ (q \ - \ 1)}{q \ * \ (q^n \ - \ 1}$

- n = $\frac{ln[\frac{K_n \ * \ (q \ + \ 1)}{E \ * \ q} \ + \ 1]}{ln \ q}$

20.2. bei nachschüssiger Einzahlung

- K$_n$ = E * $\frac{q^n \ - \ 1}{q \ - \ 1}$ = r * Rentenendwertfaktor(n;i)

- E = $\frac{K_n \ * \ (q \ - \ 1}{q^n \ - \ 1}) = \frac{K_n}{Rentenendwertfaktor(n;i)}$

- n = $\frac{ln[\frac{K_n \ * \ (q \ + \ 1)}{E} \ + \ 1]}{ln \ q}$

21. Einmaleinlage heute (Barwert B$_0$ $\longrightarrow$ Rentenzahlung R über n Jahre

21.1. bei jährlicher vorschüssiger Rentenzahlung

- B$_0$ = R * q * $\frac{q^n \ - \ 1}{q^n \ * \ (q-1)}$

- R = $\frac{B_0 \ * \ q^n \ * \ (q \ - \ 1)}{q \ * \ (q^n \ - \ 1)}$

- n = $\frac{-ln[1 \ - \ \frac{B_0(q \ - \ 1)}{R \ * \ q}]}{ln \ q}$

21.2. bei jährlicher nachschüssiger Rentenzahlung

- B$_0$ = R * $\frac{q^n \ - \ 1}{q^n \ * \ (q \ - \ 1)}$

- R = $\frac{B_0 \ * \ q^n \ * \ (q \ - \ 1)}{q^n \ - \ 1}$

- n = $\frac{-ln[1 \; - \; \frac{B_0(q \; - \; 1)}{R}]}{ln \; q}$

- B$_n$ = R * $\frac{q^n \; - \; 1}{q \; - \; 1}$

22. bei halbjähriger Verzinsung

- *Rentenzahlung (nachschüssig)*

  B$_n$ = (R * $\frac{q}{2}$)) * Rentendwertfaktor(n;i)

  i = xy% p.a. wird immer über für ein Jahr angegeben

23. bei monatlicher Verzinsung

- *Einmalzahlung*
  K$_n$ = K$_0$ * (1 + $\frac{q \; - \; 1}{12}$)$^{n \; * \; 12}$

- *Rentenzahlung (nachschüssig)*
  jeden Monat wird ein gleichbleibender Betrag zu einem bestimmten Zinssatz über einen bestimmten Zeitraum angelegt

  B$_n$ = R * 12 * (1 + $\frac{i}{12}$ * $\frac{12-1}{2}$)
  i = xy% p.a. wird immer über für ein Jahr angegeben

24. bei täglicher Verzinsung

K$_n$ = (K$_0$ * (1 + $\frac{q \; - \; 1}{360}$)$^{n \; * \; 360}$) * Rentendwertfaktor(n;i)

25. bei stetiger Verzinsung

- $K_n = K_0 * e^{n(q - 1)}$
- $q = K_0 * e^{n(q - 1)} = K_n * e^{n(q - 1)}$
- $q = \ln(\frac{K_n}{K_0})$
- $n = \frac{ln(\frac{K_n}{K_0})}{q}$

26. Tilgungsrechnung (Annuität)

$0 = -K_0 * q^n + Z * \frac{q^n - 1}{q - 1}$

$\Longrightarrow Z = K_0 * q^n * \frac{q - 1}{q^n - 1}$

27. Tilgungsplan konstante Annuität(Schemata)

JAHR	SCHULD	ZINS	TILGUNG	ANNUITÄT
1	100.000	8.000	17.000	25.000
2	83.000	6.640	18.360	25.000
3	64.640	5.171,20	19.828,80	25.000
4	44.811,20	3.584,90	21.415,10	25.000
...				

28. Tilgungsplan konstante Tilgung (Schemata)

JAHR	SCHULD	ZINS	TILGUNG	ANNUITÄT
1	100.000	8.000	20.000	28.000
2	80.000	6.400	20.000	26.400
3	60.000	4.800	20.000	24.800
4	40.000	3.200	20.000	23.200
...				

29. Investition = Kapitalwert

$\mathrm{K}_0 = \frac{a_1}{(1\ +\ p)^1} + \frac{a_2}{(1\ +\ p)^2} + \frac{a_3}{(1\ +\ p)^3} + ... + \frac{a_n}{(1\ +\ p)^n}$

Kapitalwert:

$\mathrm{K}_0 = \text{-}\mathrm{A}_0 + \frac{E_1 - A_1}{(1+i)^1} + \frac{E_2 - A_2}{(1+i)^2} + \frac{E_3 - A_3}{(1+i)^3} + ... + \frac{E_n - A_n}{(1+i)^n}$

30. Interner Zinsfuß = Interner Zinssatz

$\mathrm{r} = i_1 \text{ - } KW_1 * \frac{i_2\ -\ i_1}{-KW_2\ -\ KW_1}$

Interner Zinssatz:

$0 = \text{-}\mathrm{A}_0 + \frac{E_1 - A_1}{(1+i)^1} + \frac{E_2 - A_2}{(1+i)^2} + ... + \frac{E_n - A_n}{(1+i)^n}$

Teil IV.
Überblick über die wichtigsten Funktionstypen

30.1. Kostenfunktion

Zusammenhang zwischen Produktionsmenge und Gesamtkosten

K(x) = $K_{variabel}$ + K_{fix} = variable Kosten + fixe Kosten

30.2. Stückkostenfunktion

Zusammenhang zwischen Produktionsmenge und Stückkosten; ergibt sich aus der Gesamtkostenfunktion

$$k(x) = \frac{K(x)}{x} = \frac{K_{variabel}(x)}{x} + \frac{K_{fix}}{x}$$

30.3. Preis-Absatz-Funktion = Nachfragefunktion

Zusammenhang zwischen Stückpreis p und der Absatzmenge (=Nachfrage) x. Sie kann in der Form p(x) oder x(p) gegeben sein.

30.4. Umsatzfunktion

Zusammenhang zwischen Absatzmenge x und Verkaufserlöse [U(x)] oder Zusammenhang zwischen Stückpreis p und Verkaufserlös [U(p)].

U(x) = p * x *oder* U(p) = p * x

30.5. Gewinnfunktion

Zusammenhang zwischen Produktionsmenge (= Absatzmenge) und dem Gewinn.

G(x) = U(x) -K(x) = p * x - (k_v * x + K_f) = (p - k_v) * x + K_f

30.5.1. Gewinngrenzen:

G(x) = U(x) - K(x)

30.5.2. maximaler Gewinn:

G'(x) = 1. Ableitung von G(x)

30.6. Break-Even-Punkt

K(x) = U(x)
G'(x) = 0

30.7. Produktionsfunktion

Zusammenhang zwischen Input und Output zur formalen Beschreibung eines Produktionsprozesses.

x =x(r)   r$\geqslant$ 0r: Input(Faktoreinsatzmenge
x: Outputmenge

Die Produktionsfunktion eines Einproduktunternehmens, das die Gütermenge x mit Hilfe zweier Produktionsfaktoren (Faktormengen v1 und v2) herstellt, lautet

x = x(v1, v2).

Dabei wird das Problem einer technisch effizienten Produktion als gelöst betrachtet, das heißt vereinfachend:
1. Die Menge x bezeichnet den maximalen Output, der mit den gegebenen Faktormengen v1 und v2 hergestellt werden kann.
2. Um die Menge x herzustellen, werden mindesten die Faktormengen v1 und v2 benötigt.
Die Kombination (x, v1, v2) heißt Aktivität des Unternehmens; sie ist zulässig, wenn x $\leqslant$ x(v1, v2).

30.8. Konsumfunktion

Zusammenhang zwischen Volkseinkommen und gesamtwirtschaftlichen Konsumausgaben.

C(Y)   C: Konsum; Y:Volkseinkommen

S(Y) = Y - C(Y) (**Sparfunktion**)

30.9. Nutzenfunktion

Zusammenhang zwischen Haushaltskonsum und seinem Nutzen, d.h. seinem Grad der Bedürfnisbefriedigung.

30.10. Grenzkosten GK

Grenzkostenfunktion $\triangleq$ K'(x)
GK sind Stückkosten und zwar solche Kosten, die für jede zusätzlich produzierte Einheit anfallen.

GK = K_k(x + 1) - K_k(x) *oder* GK = $\frac{dK_k}{dx}(x)$

30.11. Durchschnittskosten DK

Kosten je Stück, berechnen sich also aus Gesamtkosten dividiert durch die Produktionsmenge.

DK = $\frac{K_k(x)}{x}$ = VDK + FDK

30.12. Variable Durchschnittskosten VDK

Variable Kosten dividiert durch die Produktionsmenge.

VDK = $\frac{K_k^v(x)}{x}$

30.13. Fixe Durchschnittskosten FDK

Die fixe Kosten je produzierter Einheit.

FDK = $\frac{K_k^f}{x}$

30.14. Minimalkostenkombination = Produktionsfunktion

Die Zielsetzung des Unternehmens liegt darin, die gewünschte Produktionsmenge x mit den geringst möglichen Produktionskosten K herzustellen, die nach K = q_1 * v_1 + q_2 * v_2 berechnet werden.

30.15. Isokostengerade

Die Steigung der Isokostengerade bringt zum Ausdruck, wie viele Einheiten von beiden Produktionsfaktoren mit einem gegebenen Kostenbudget gekauft werden können. Sie lässt sich aus K = q_1 * v_1 + q_2 * v_2 ableiten.

$v_2 = \frac{K}{q_2} - \frac{q_1}{q_2} * v_1$

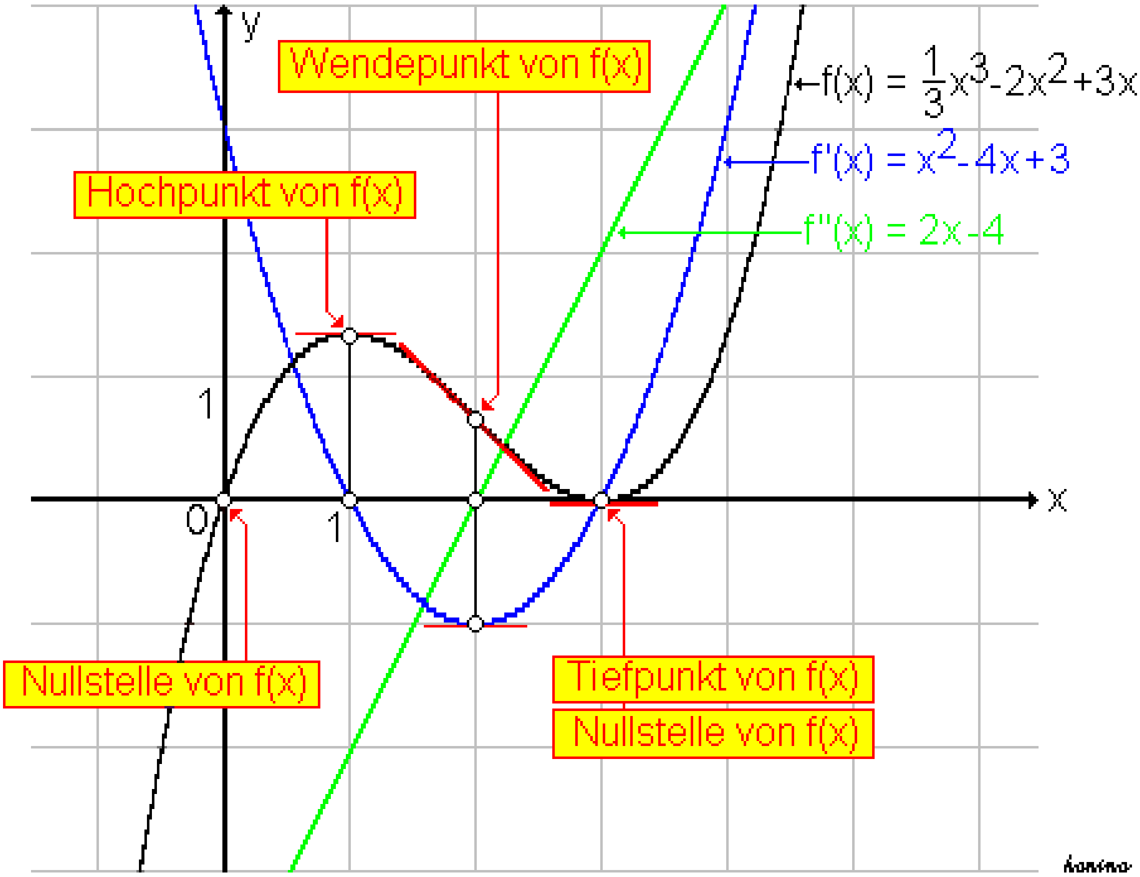

Abbildung 2: Kurvendiskussion